

Zadanie z matematiky – skúška 28. mája

(pokiaľ je niečo bolditalicom – tak to je vektor – nexelo sa mi pátrať ako sa píše tá šípka :))

1. Majme v \mathbb{R}^3 dve roviny dané takto:

$$R_1: \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{x} = C_1$$

$$R_2: \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x} = C_2$$

Napíšte podmienky, kedy: [5b]

- roviny sa nepretínajú
- roviny majú 1 spoločnú priamku
- roviny sú navzájom kolmé
- roviny sa prekrývajú

2. Nájdite (zapište parametricky) priamku v \mathbb{R}^3 , ktorá je priesečníkom rovín: [3b]

$$R_1: 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 6$$

$$R_2: x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

3. Tvoria tieto vektory bázu v \mathbb{R}^4 ? [3b]

1	18	0	3
21	1	3	0
8	18	1	3
2	30	0	5

4. Je daná kvadratická forma v \mathbb{R}^4 :

$$A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_4 + 2x_2x_4 + 2x_3x_4 \quad (\text{teraz neviem, či mi tam nechýba ešte } + 2x_2x_3)$$

- Napíšte symetrickú maticu A odpovedajúcu zadanej kvadr. forme [1b]
- Ukážte, že nasledovnej transformácii premenných odpovedá ortogonálna matica T . [3b]

$$x_1 = 1/2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$$

$$x_2 = 1/2(y_1 + y_2 - y_3 - y_4)$$

$$x_3 = 1/2(y_1 - y_2 + y_3 - y_4)$$

$$x_4 = 1/2(y_1 - y_2 - y_3 + y_4)$$

- V kvadratickej forme nahraďte premenné \mathbf{x} premennými \mathbf{y} podľa predpisu $\mathbf{x} = T\mathbf{y}$ zadaného v (ii). Nájdite odpovedajúcu kvadratickú formu $B(\mathbf{y}, \mathbf{y})$. Aká matica jej zodpovedá? [2b].
- Aký je súvis medzi A , B a T ? [2b]
- Nájdite vlastné hodnoty a vektory matice B [2b]
- Nájdite vlastné hodnoty a vektory matice A [3b]

5. Úpravou matice $(A | \mathbf{1})$ nájdite A^{-1} . [3b]. Potom ukážte, že vlastné hodnoty A^{-1} sú 1 a $-1/3$. [3b].

Matica A :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$